

Capítulo 22



Biblioteca de programas

- 1 Análisis de divisor primo
- 2 Máximo común divisor
- 3 Valor de prueba t
- 4 Círculo y tangentes
- 5 Rotación de una figura

Antes de usar la biblioteca de programas

- Cerciórese de comprobar la cantidad de bytes de memoria libre restante antes de intentar la realización de cualquier programación.
- Esta biblioteca de programas se divide en dos secciones: una sección de cálculo numérico y una sección gráfica. Los programas en la sección de cálculo numérico producen solamente resultados, mientras los programas de gráficos usan el área de presentación entera para la graficación. También tenga en cuenta que los cálculos dentro de los programas de gráficos no usan el signo de multiplicación (\times) siempre que puede ser omitido (por ejemplo frente a una apertura de paréntesis).

HOJA DE PROGRAMA CASIO

Programa para Análisis de divisor primo	No. 1
--	--------------

Descripción

Produce divisores primos (factores esenciales) de los enteros positivos arbitrarios.

Para $1 < m < 10^{10}$

Los números primos se producen desde el primer valor mínimo.

Se visualiza "END" al final del programa.

(Resumen)

m es dividido por 2 y todos los números impares sucesivos ($d = 3, 5, 7, 9, 11, 13, \dots$) para verificar la divisibilidad.

En donde d es un factor primo, se supone que, $m_i = m_i - \sqrt{d}$ y la división se repite hasta $\sqrt{m_i} + 1 \leq d$.

Ejemplo

[1]

$$119 = 7 \times 17$$

[2]

$$440730 = 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 59 \times 83$$

[3]

$$262701 = 3 \times 3 \times 17 \times 17 \times 101$$

Preparación y operación

- Almacenar el programa escrito en la página siguiente.
- Ejecutar el programa como se muestra a continuación.

Paso	Operación de tecla	Presentación	Paso	Operación de tecla	Presentación
1	[F1] (EXE)	M?	11	[EXE]	83
2	119 [EXE]	7	12	[EXE]	END
3	[EXE]	17	13	[EXE]	M?
4	[EXE]	END	14	262701 [EXE]	3
5	[EXE]	M?	15	[EXE]	3
6	440730 [EXE]	2	16	[EXE]	17
7	[EXE]	3	17	[EXE]	17
8	[EXE]	3	18	[EXE]	101
9	[EXE]	5	19	[EXE]	END
10	[EXE]	59	20		

Línea	Programa																
Nombre de archivo	P	R	M	F	A	C	T										
1	Lbl	0	:	"	M	"	?	→	A	:	Goto 2	:					
2	Lbl	1	:	2	▲	A	÷	2	→	A	:	A = 1 ⇒ Goto 9	:				
3	Lbl	2	:	Frac	(A	÷	2)	=	0	⇒ Goto 1	:	3	→	B	:
4	Lbl	3	:	√	A	+	1	→	C	:							
5	Lbl	4	:	B	≥	C	⇒ Goto 8	:	Frac	(A	÷	B)	=	0	⇒
6	Goto	6	:														
7	Lbl	5	:	B	+	2	→	B	:	Goto 4	:						
8	Lbl	6	:	A	÷	B	×	B	-	A	=	0	⇒ Goto 7	:	Goto 5	:	
9	Lbl	7	:	B	▲	A	÷	B	→	A	:	Goto 3	:				
10	Lbl	8	:	A	▲												
11	Lbl	9	:	"	E	N	D	"	▲	Goto 0							
12																	
13																	
14																	
15																	
16																	
17																	
18																	
19																	
20																	
21																	
22																	
23																	
24																	
25																	
26																	
27																	
Contenidos de la memoria	A	m_i			H				O				V				
	B	d			I				P				W				
	C	$\sqrt{m_i+1}$			J				Q				X				
	D				K				R				Y				
	E				L				S				Z				
	F				M				T								
	G				N				U								

HOJA DE PROGRAMA CASIO

Programa para Máximo común divisor	No. 2
---	--------------

Descripción

Para determinar el máximo común divisor para dos enteros a y b se usa la división general euclidiana.

Para $|a|, |b| < 10^9$, se toman valores positivos como $< 10^{10}$

(Resumen)

$$n_0 = \max(|a|, |b|)$$

$$n_1 = \min(|a|, |b|)$$

$$n_k = n_{k-2} - \left[\frac{n_{k-2}}{n_{k-1}} \right] n_{k-1}$$

$$k = 2, 3, \dots$$

Si $n_k = 0$, entonces el máximo común divisor (c) será n_{k-1} .

Ejemplo

	[1]	[2]	[3]
Cuando	$a = 238$	$a = 23345$	$a = 522952$
	$b = 374$	$b = 9135$	$b = 3208137866$
	↓	↓	↓
	$c = 34$	$c = 1015$	$c = 998$

Preparación y operación

- Almacenar el programa escrito en la página siguiente.
- Ejecutar el programa como se muestra a continuación.

Paso	Operación de tecla	Presentación	Paso	Operación de tecla	Presentación
1	[F1] (EXE)	A?	11		
2	238 [EXE]	B?	12		
3	374 [EXE]	34	13		
4	[EXE]	A?	14		
5	23345 [EXE]	B?	15		
6	9135 [EXE]	1015	16		
7	[EXE]	A?	17		
8	522952 [EXE]	B?	18		
9	3208137866 [EXE]	998	19		
10			20		

Línea	Programa																		
Nombre de archivo	C	M	N	F	A	C	T												
1	Lbl	1	:	"	A	"	?	→	A	:	"	B	"	?	→	B	:		
2	Abs	A	→	A	:	Abs	B	→	B	:									
3	B	<	A	⇒	Goto	2	:												
4	A	→	C	:	B	→	A	:	C	→	B	:							
5	Lbl	2	:	(-)	(Int	(A	÷	B)	×	B	-	A)	→	C	:
6	C	=	0	⇒	Goto	3	:												
7	B	→	A	:	C	→	B	:	Goto	2	:								
8	Lbl	3	:	B	▲	Goto	1												
9																			
10																			
11																			
12																			
13																			
14																			
15																			
16																			
17																			
18																			
19																			
20																			
21																			
22																			
23																			
24																			
25																			
26																			
27																			
Contenidos de la memoria	A	a, n_0			H				O				V						
	B	b, n_1			I				P				W						
	C	n_k			J				Q				X						
	D				K				R				Y						
	E				L				S				Z						
	F				M				T										
	G				N				U										

HOJA DE PROGRAMA CASIO

Programa para	Valor de prueba t	No.	3
---------------	---------------------------------------	-----	----------

Descripción

La media (media de muestra) y la desviación estándar de la muestra pueden usarse para obtener un valor de prueba t .

$$t = \frac{(\bar{x} - m)}{\frac{s \sqrt{n-1}}{\sqrt{n}}}$$

\bar{x} : media de datos x .
 $s \sqrt{n-1}$: desviación estándar de muestra de datos x .
 n : número de ítems de datos.
 m : desviación estándar de población hipotética. Media de población hipotética (normalmente representado por μ , pero aquí se usa m debido a las limitaciones de los nombres de variables).

Ejemplo Determinar si la desviación estándar de la población para los datos de muestra 55, 54, 51, 55, 53, 53, 54, 52 es 53.
 Realizar una prueba t con un nivel de significancia del 5%.

Preparación y operación

- Almacenar el programa escrito en la página siguiente.
- Ejecutar el programa como se muestra a continuación.

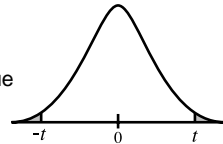
Paso	Operación de tecla	Presentación	Paso	Operación de tecla	Presentación
1	[F1] (EXE)	M?	3		
2	53 [EXE]	T= 0.7533708035	4		

La operación anterior produce un valor de prueba t de $t(53) = 0,7533708035$. De acuerdo a la tabla de distribución t siguiente, un nivel de significancia de 5% y un grado de libertad de 7 ($n - 1 = 8 - 1 = 7$) producen un valor de prueba t de dos lados de aproximadamente 2,365. Como el valor de prueba t calculado es más bajo que el valor de prueba, se acepta la hipótesis de que la media de la población m es igual a 53.

Línea	Programa									
Nombre de archivo	T	T	E	S	T					
1	{	5	5	,	5	4	,	5	1	,
2	5	4	,	5	2	}	→	List	1	↵
3	I-Var:	List	1	,	1	↵				
4	Lbl	0	:	"	M	"	?	→	M	↵
5	(\bar{x}	-	M)	÷	(x_{0-t}	÷	\sqrt{n}
6	"	T	=	"	:	T	▲			
7	Goto	0								
Contenidos de la memoria	A				H			O		V
	B				I			P		W
	C				J			Q		X
	D				K			R		Y
	E				L			S		Z
	F				M		m	T		t
	G				N			U		

•Tabla de distribución t

Los valores en la fila superior de la tabla indican la probabilidad (probabilidad de dos lados) de que el valor absoluto de t sea mayor que los valores de la tabla para un grado de libertad dado.



M : ALPHA M

T : ALPHA T

Grado de libertad \ P (Probabilidad)	P (Probabilidad)			
	0,2	0,1	0,05	0,01
1	3,078	6,314	12,706	63,657
2	1,886	2,920	4,303	9,925
3	1,638	2,353	3,182	5,841
4	1,533	2,132	2,776	4,604
5	1,476	2,015	2,571	4,032
6	1,440	1,943	2,447	3,707
7	1,415	1,895	2,365	3,499
8	1,397	1,860	2,306	3,355
9	1,383	1,833	2,262	3,250
10	1,372	1,812	2,228	3,169
15	1,341	1,753	2,131	2,947
20	1,325	1,725	2,086	2,845
25	1,316	1,708	2,060	2,787
30	1,310	1,697	2,042	2,750
35	1,306	1,690	2,030	2,724
40	1,303	1,684	2,021	2,704
45	1,301	1,679	2,014	2,690
50	1,299	1,676	2,009	2,678
60	1,296	1,671	2,000	2,660
80	1,292	1,664	1,990	2,639
120	1,289	1,658	1,980	2,617
240	1,285	1,651	1,970	2,596
∞	1,282	1,645	1,960	2,576

HOJA DE PROGRAMA CASIO

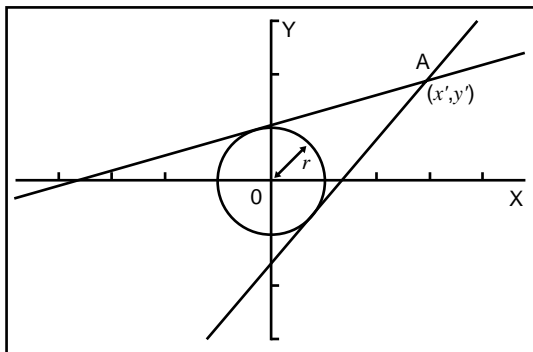
Programa para

Círculo y tangentes

No.

4

Descripción



Fórmula para el círculo:

$$x^2 + y^2 = r^2$$

Fórmula para la línea tangente que pasa a través del punto A (x', y'):

$$y - y' = m(x - x')$$

* m representa la pendiente de la línea tangente

Con este programa, se obtienen la pendiente m e interceptación b ($= y' - mx'$) para las líneas delineadas desde el punto A (x', y') y son tangentes a un círculo con un radio r . Para leer las coordenadas en los puntos tangenciales se usa la función de trazado, y para ampliar el gráfico se usa la función de enfoque de detalles de factor.

Ejemplo

Determinar m y b para los valores siguientes:

$$r = 1$$

$$x' = 3$$

$$y' = 2$$

Notas

- El punto marcado para A no puede cambiarse de posición. Aun si es cambiado en el gráfico, el cálculo se realiza usando el valor original.
- Cuando $r = x'$ se generará un error.
- Asegúrese siempre de realizar una operación de trazado siempre que seleccione trazado y el mensaje TRACE se encuentre sobre la presentación.

Preparación y operación

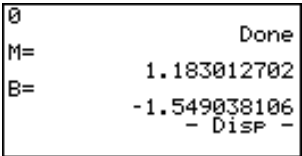
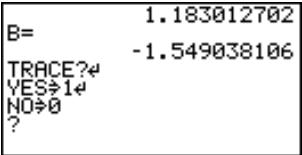
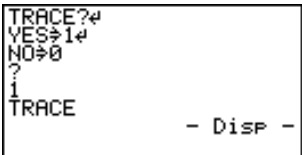
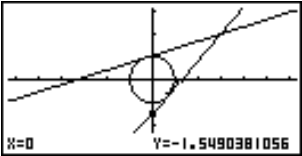
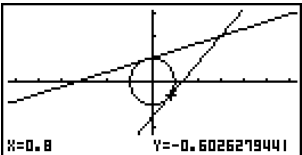
- Almacene el programa escrito en la página siguiente.
- Ejecute los programas como se muestra a continuación.

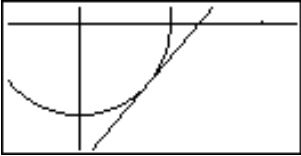
Contenidos de la memoria	A		H		O		V	
	B		I		P		W	
	C		J		Q		X	
	D		K		R		Y	
	E		L		S		Z	
	F		M		T			
	G		N		U			

Línea	Programa																		
Nombre de archivo	T	A	N	G	E	N	T												
1	Prog:	"	W	I	N	D	O	W	"	↵									
2	"	X	x^2	+	Y	x^2	=	R	x^2	↵									
3	R	=	"	?	→	R	↵												
4	Prog:	"	C	I	R	C	L	E	"	▲									
5	"	(X	,	Y)	↵												
6	X	=	"	?	→	A	↵												
7	"	Y	=	"	?	→	B	↵											
8	Plot:	A	,	B	▲														
9	R	x^2	(A	x^2	+	B	x^2	-	R	x^2)	→	P	↵				
10	($\sqrt{}$	P	-	A	B)	(R	x^2	-	A	x^2)	x^{-1}	→	M	↵	
11	Lbl:	6	↵																
12	Graph Y=	M	(X	-	A)	+	B	▲									
13	"	M	=	"	:	M	▲												
14	"	B	=	"	:	B	-	M	A	▲									
15	Lbl:	0	↵																
16	"	T	R	A	C	E	?	↵											
17	Y	E	S	⇒	1	↵													
18	N	O	⇒	0	"	:	?	→	Z	↵									
19	1	→	S	:	Z	=	1	⇒	Goto:	1	↵								
20	Z	=	0	⇒	Goto:	2	:	Goto:	0	↵									
21	Lbl:	2	↵																
22	((-	A	B	-	$\sqrt{}$	P)	(R	x^2	-	A	x^2)	x^{-1}	→	N	↵
23	Graph Y=	N	(X	-	A)	+	B	▲									
24	"	M	=	"	:	N	▲												
25	"	B	=	"	:	B	-	N	A	▲									
26	Lbl:	5	↵																
27	"	T	R	A	C	E	?	↵											
28	Y	E	S	⇒	1	↵													
29	N	O	⇒	0	"	:	?	→	Z	↵									
30	2	→	S	:	Z	=	1	⇒	Goto:	1	↵								
31	Z	=	0	⇒	Goto:	3	:	Goto:	5	↵									
32	Lbl:	1	↵																
33	"	T	R	A	C	E	"	▲											
34	"	Factor	N	:	N	=	"	?	→	F	:	Factor	F	↵					

Programa para Círculo y tangentes		No. 4
Paso	Operación de tecla	Presentación
1	[F1] (EXE)	
2	1 [EXE]	
3	[EXE]	
4	3 [EXE] 2 [EXE]	
5	[EXE]	

Programa para Círculo y tangentes		No. 4
Paso	Operación de tecla	Presentación
6	EXE	
7	EXE	
8	EXE	
9	0 EXE	
10	EXE	

Programa para Círculo y tangentes		No. 4
Paso	Operación de tecla	Presentación
11	EXE	 <pre> 0 Done M= 1.183012702 B= -1.549038106 - DISP - </pre>
12	EXE	 <pre> B= 1.183012702 -1.549038106 TRACE?e YES⇒1e NO⇒0 ? </pre>
13	1 EXE	 <pre> TRACE?e YES⇒1e NO⇒0 ? 1 TRACE - DISP - </pre>
14	SHIFT F1 (TRCE)	
15	▶ ~ ▶	

Programa para Círculo y tangentes		No. 4
Paso	Operación de tecla	Presentación
16	EXE	<pre>TRACE?# YES#1# NO#0 ? 1 TRACE Factor N:N=?</pre>
17	4 EXE	
18	EXE	<pre>? 1 TRACE Factor N:N=? 4 END Done</pre>

HOJA DE PROGRAMA CASIO

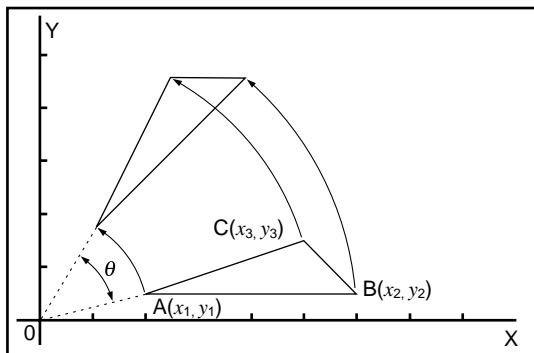
Programa para

Rotación de una figura

No.

5

Descripción



Fórmula para la transformación de coordenada:

$$(x, y) \rightarrow (x', y')$$

$$x' = x \cos \theta - y \sin \theta$$

$$y' = x \sin \theta + y \cos \theta$$

Gráfico de rotación de cualquier figura geométrica en θ grados.

Ejemplo

Rotar en 45° el triángulo definido por los puntos A (2, 0,5), B (6, 0,5) y C (5, 1,5).

Notas

- Utilice las teclas de cursor para mover el cursor alrededor de la presentación.
- Para interrumpir la ejecución de un programa, presione \boxed{AC} mientras la pantalla de gráfico se encuentra sobre la presentación.
- El triángulo no puede ser delineado si el resultado de la operación de transformación de coordenada excede los parámetros de la ventanilla de visualización.

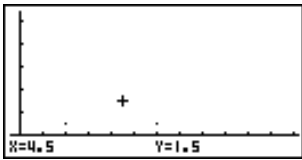


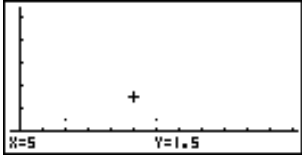
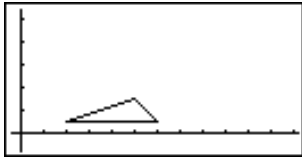
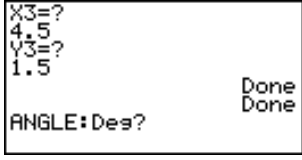
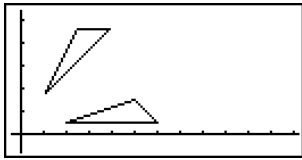
Preparación y operación

- Almacene el programa escrito en la página siguiente.
- Ejecute los programas como se muestra a continuación.

Contenidos de la memoria	A	x_1	H	y'_1	O		V
	B	y_1	I	x'_2	P		W
	C	x_2	J	y'_2	Q	θ	X
	D	y_2	K	x'_3	R		Y
	E	x_3	L	y'_3	S		Z
	F	y_3	M		T		
	G	x'_1	N		U		

Línea	Programa																		
Nombre de archivo	R	O	T	A	T	E													
1	View Window	(-)	0	.	4	,	1	2	.	2	,	1	,	(-)	0	.	8	,	5
2	.	4	,	1	:	Deg	↵												
3	"	(X	1	,	Y	1)	↵										
4	X	1	=	"	?	→	A	↵											
5	"	Y	1	=	"	?	→	B	↵										
6	Plot	A	,	B	▲														
7	X	→	A	:	Y	→	B	↵											
8	"	(X	2	,	Y	2)	↵										
9	X	2	=	"	?	→	C	↵											
10	"	Y	2	=	"	?	→	D	↵										
11	Plot	C	,	D	▲														
12	X	→	C	:	Y	→	D	↵											
13	"	(X	3	,	Y	3)	↵										
14	X	3	=	"	?	→	E	↵											
15	"	Y	3	=	"	?	→	F	↵										
16	Plot	E	,	F	▲														
17	X	→	E	:	Y	→	F	↵											
18	Lbl	1	↵																
19	Line	:	Plot	A	,	B	:	Line	:	Plot	C	,	D	:	Line	▲			
20	"	A	N	G	L	E	:	Deg	"	?	→	Q	↵						
21	A	cos	Q	-	B	sin	Q	→	G	↵									
22	A	sin	Q	+	B	cos	Q	→	H	↵									
23	Plot	G	,	H	↵														
24	C	cos	Q	-	D	sin	Q	→	I	↵									
25	C	sin	Q	+	D	cos	Q	→	J	↵									
26	Plot	I	,	J	:	Line	↵												
27	E	cos	Q	-	F	sin	Q	→	K	↵									
28	E	sin	Q	+	F	cos	Q	→	L	↵									
29	Plot	K	,	L	:	Line	↵												
30	Plot	G	,	H	:	Line	▲												
31	Cls	:	Plot	C	,	D	:	Plot	E	,	F	:	Goto	1					
32																			
33																			
34																			

Programa para Rotación de una figura		No. 5
Paso	Operación de tecla	Presentación
1	[F1] (EXE)	<p>(X1, Y1) X1=?</p>
2	2 [EXE] 0.5 [EXE]	<p>X=2 Y=0.5</p>
3	[EXE]	<p>X1=? 2 Y1=? 0.5 X2=? Y2=? Done</p>
4	6 [EXE] 0.5 [EXE]	<p>X=6 Y=0.5</p>
5	[EXE]	<p>X2=? 6 Y2=? 0.5 X3=? Y3=? Done</p>

Programa para Rotación de una figura		No. 5
Paso	Operación de tecla	Presentación
6	4.5 EXE 1.5 EXE	
7	 ~  (Ubique el cursor en X = 5)	
8	EXE	
9	EXE	
10	45 EXE	

Prosiga repitiendo desde el paso 8.