

## Gráfico y tabla de recurrencia

Se pueden ingresar dos fórmulas para cualquiera de los tres tipos siguientes de recurrencia, que pueden luego usarse para generar una tabla y delinear gráficos.

- Término general de secuencia  $\{a_n\}$ , compuesto de  $a_n$  y  $n$ .
- Fórmulas para la recurrencia lineal entre dos términos, compuesto de  $a_{n+1}$ ,  $a_n$ , y  $n$ .
- Fórmulas para la recurrencia lineal entre tres términos, compuesto de  $a_{n+2}$ ,  $a_{n+1}$ ,  $a_n$ , y  $n$ .

**16-1 Antes de usar la función de gráfico y tabla de recurrencia**

**16-2 Ingresando una fórmula de recurrencia y generando una tabla**

**16-3 Editando tablas y delineando gráficos**

# 16-1 Antes de usar la función de gráfico y tabla de recurrencia

## •Para ingresar el modo RECUR

Sobre el menú principal, seleccione el icono **RECUR** e ingrese el modo RECUR. Esto ocasiona que aparezca el menú de recurrencia.

Area de almacenamiento  
seleccionado  
Presione  $\blacktriangle$  y  $\blacktriangledown$  para mover.

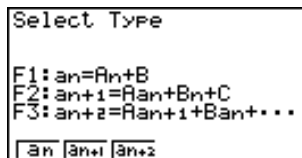


- Todas las fórmulas que se encuentran almacenadas en la memoria aparecen en el menú de recurrencia.
- **{SEL+C}** ... {menú para el control de la generación de tabla y color de gráfico}
  - **{SEL}** ... {condición de generación/sin generación de fórmula de recurrencia}
- **{DEL}** ... {borra la fórmula de recurrencia}
- **{TYPE}** ... {especificación del tipo de fórmula de recurrencia}
- **{n, an ...}** ... {menú para el ingreso de la variable  $n$  y términos generales  $a_n$  y  $b_n$ }
- **{RANG}** ... {pantalla para el ajuste de la gama de la tabla}
- **{TABL}** ... {generación de la tabla de fórmulas de recurrencia}

## •Para especificar el tipo de fórmula de recurrencia

Antes de ingresar una fórmula de recurrencia, primero debe especificar su tipo.

1. En el menú de recurrencia, presione  $\boxed{F3}$  (TYPE).



- En esta presentación, " $a_n = An + B$ " es el término general ( $a_n = A \times n + B$ ) de  $\{a_n\}$ .
2. Presione la tecla de función para el tipo de fórmula de recurrencia que desea ajustar.
    - $\{a_n\}/\{a_{n+1}\}/\{a_{n+2}\}$  ... {término general de secuencia  $\{a_n\}$ }/{recurrencia lineal entre dos términos}/{recurrencia lineal entre tres términos}



# 16-2 Ingresando una fórmula de recurrencia y generando una tabla

**Ejemplo 1** Ingresar  $a_{n+1} = 2a_n + 1$  y generar una tabla de valores a medida que el valor de  $n$  cambia de 1 a 6.

Hacer que  $a_1 = 1$ .

1. Especifique el tipo de fórmula de recurrencia como recurrencia lineal entre dos términos y luego ingrese la fórmula.

**[2]** **[F4]** ( $n, a_{n+1}$ ) **[F2]** ( $a_n$ ) **[+]** **[1]**

```
Recursion
an+1=2an+1
```

2. Presione **[EXE]** **[F5]** (RANG) para visualizar la pantalla de ajuste de gama de tabla, que contiene los ítems siguientes.

- $\{a_0\}/\{a_1\}$  ... ajuste de valor para  $\{a_0(b_0)\}/\{a_1(b_1)\}$

Los ajustes de la gama de tabla especifican las condiciones que controlan el valor de la variable  $n$  en la fórmula de recurrencia, y el término inicial de la tabla de valores numéricos. También se debe especificar un punto inicial para el cursor cuando se dibuja un gráfico de convergencia/divergencia (gráfico WEB) para una fórmula de la recurrencia lineal entre dos términos.



Start ..... Valor inicial de la variable  $n$ .

End ..... Valor final de la variable  $n$ .

$a_0, b_0$  ..... Valor de término 0  $a_0/b_0$  ( $a_1, b_1$ ... Valor de 1er. término  $a_1/b_1$ ).

$a_n$ Str,  $b_n$ Str ..... Punto inicial de cursor para gráficos de convergencia/divergencia (gráfico WEB).

- El valor de la variable  $n$  aumenta en 1.
3. Especifique la gama de la tabla.

**[F2]** ( $a_1$ )

**[1]** **[EXE]** **[6]** **[EXE]** **[1]** **[EXE]**

```
Table Range n+1
Start:1
End :6
a1 :1
```

4. Visualice la tabla de la fórmula de recurrencia. En este momento, un menú de las funciones de la tabla aparece en la parte inferior de la pantalla.

**[EXIT]** **[F6]** (TABL)

Celda actualmente seleccionada  
(hasta seis dígitos)

| $n+1$ | $3n+1$ |
|-------|--------|
| 1     | 1      |
| 2     | 3      |
| 3     | 7      |
| 4     | 15     |

Valor en la celda actualmente destacada



- Los valores de celda visualizados muestran números enteros positivos de hasta seis dígitos, y números enteros negativos de hasta cinco dígitos (un dígito se usa para el signo negativo.) La presentación exponencial puede usar hasta tres dígitos significantes.
- El valor entero asignado a una celda puede verse usando las teclas del cursor para mover la parte destacada en brillante a la celda cuyo valor desea ver.
- También puede visualizar las sumas de los términos ( $\sum a_n$  o  $\sum b_n$ ) activando la presentación de  $\Sigma$ .

| $n+1$ | $3n+1$ | $E3n+1$ |
|-------|--------|---------|
| 1     | 1      | 1       |
| 2     | 3      | 4       |
| 3     | 7      | 11      |
| 4     | 15     | 26      |

FORM DEL WEB F-COM G-PLT 1

**Ejemplo 2** Ingresar  $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$  (serie Fibonacci) y generar una tabla de valores a medida que el valor de  $n$  cambia de 1 a 6.

Hacer que  $a_1 = 1$  y  $a_2 = 1$ .

1. Especifique el tipo de fórmula de recurrencia como recurrencia lineal entre tres términos y luego ingrese la fórmula.

**F3** (TYPE) **F3** ( $a_{n+2}$ ) **F4** ( $n, a_n...$ )  
**F3** ( $a_{n+1}$ ) **+** **F2** ( $a_n$ )

|                                    |
|------------------------------------|
| Recursion<br>$a_{n+2}=a_{n+1}+a_n$ |
|------------------------------------|

2. Presione **EXE** y luego presione **F5** (RANG) para visualizar la pantalla de ajuste de gama de tabla, que contiene los ítemes siguientes.

- $\{a_0\}/\{a_1\}$  ... ajuste de valor para  $\{a_0 (b_0)\}$  y  $\{a_1 (b_1)\}/\{a_1 (b_1)\}$  y  $\{a_2 (b_2)\}$

Los ajustes de la gama de tabla especifican las condiciones que controlan el valor de la variable  $n$  en la fórmula de recurrencia, y el término inicial de la tabla de valores numéricos.

Start ..... Valor inicial de la variable  $n$ .

End ..... Valor final de la variable  $n$ .

$a_0, a_1, a_2, \dots$  Valor de término 0  $a_0/b_0$ , 1er. término de  $a_1/b_1$ , y 2do. término de  $a_2/b_2$ .

- El valor de la variable  $n$  aumenta en 1.

3. Especifique la gama de la tabla.

**F2** ( $a_1$ )  
**1** **EXE** **6** **EXE** **1** **EXE** **1** **EXE**

|  |
|--|
| Table Range n+2<br>Start: 1<br>End : 6<br>a1 : 1<br>a2 : 1 |
|--|

4. Visualice la tabla de la fórmula de recurrencia. En este momento, un menú de las funciones de tabla aparece en la parte inferior de la pantalla.

**[EXIT]** **[F6]** (TABL)

Celda actualmente seleccionada  
(hasta seis dígitos)

| $n+2$ | $3n+2$ |
|-------|--------|
| 2     | 1      |
| 3     | 2      |
| 4     | 3      |

Valor en la celda actualmente  
destacada en brillante



- Solamente puede haber una tabla de recurrencia a la vez almacenada en la memoria.
- Excepto para la expresión lineal  $n$ , se puede ingresar cualesquiera de los siguientes términos  $\{a_n\}$  para generar una tabla: expresiones exponenciales (tales como  $a_n = 2^n - 1$ ), expresiones fraccionarias (tales como  $a_n = (n + 1)/n$ ), expresiones irracionales (tales como  $a_n = \sqrt{n} - \sqrt{n-1}$ ), expresiones trigonométricas (tales como  $a_n = \sin 2n\pi$ ).
- Cuando especifique una gama de tabla tenga en cuenta los siguientes puntos.
  - Si se especifica un valor negativo como valor inicial o final, la calculadora elimina el signo negativo. Si se especifica un valor decimal o fraccionario, la unidad utiliza solamente la parte entera del valor.
  - Cuando se selecciona el valor inicial  $\text{Start} = 0$  y  $a_1/b_1$  como el término inicial, la calculadora cambia al valor inicial  $\text{Start} = 1$  y genera la tabla.
  - Cuando el valor inicial es mayor que el final ( $\text{Start} > \text{End}$ ), la calculadora intercambia los valores de inicio ( $\text{Start}$ ) y final ( $\text{End}$ ) y genera la tabla.
  - Cuando el valor inicial es igual al final ( $\text{Start} = \text{End}$ ), la calculadora genera una tabla solamente para los valores iniciales ( $\text{Start}$ ).
  - Si el valor inicial es muy grande, puede tomar un largo tiempo en generar una tabla para la recurrencia lineal entre dos términos, y recurrencia lineal entre tres términos.
- Cambiando el ajuste de la unidad angular mientras se está generando una tabla de una expresión trigonométrica que se encuentra sobre la presentación, no ocasiona que los valores visualizados también cambien. Para que los valores cambien en la tabla actualizándose de acuerdo al nuevo ajuste, visualice la tabla, presione **[F1]** (FORM), cambie el ajuste de la unidad angular, y luego presione **[F6]** (TABL).

● **Para especificar la condición de generación/no generación de una fórmula**

**Ejemplo** Especificar la generación de una tabla para la fórmula de recurrencia  $a_{n+1} = 2a_n + 1$  mientras hay dos fórmulas almacenadas.



**F1**(SEL+C) **F1**(SEL) ... **F1**(SEL)

**EXIT**

(Selecciona la fórmula de recurrencia a la que se va a asignar la condición de no generación y luego especifica la condición de no generación.)

```
Recursion
ant1B2ant1
bn+1=bn+1
```

Fórmula sin destacar en brillante.

**F6**(TABL)

(Genera la tabla.)

| n+1 | 3n+1 |
|-----|------|
| 2   | 1    |
| 3   | 3    |
| 4   | 7    |
|     | 15   |

FORM DEL WEB G·CON G·PLT 1



• A cada presión de **F1**(SEL) alterna una tabla entre generación/no generación.

● **Para cambiar los contenidos de una fórmula de recurrencia**

Cambiando los contenidos de una fórmula de recurrencia ocasiona que los valores de la tabla se actualicen usando los ajustes de la gama de tabla actual.

**Ejemplo** Cambiar  $a_{n+1} = 2a_n + 1$  a  $a_{n+1} = 2a_n - 3$ .

▶ (Visualiza el cursor.)

▶ ▶ - 3 EXE

(Cambia los contenidos de la fórmula.)

```
Recursion
ant1B2an-3
```

**F6**(TABL)

| n+1 | 3n+1 |
|-----|------|
| 2   | 1    |
| 3   | -1   |
| 4   | -5   |
|     | -13  |

FORM DEL WEB G·CON G·PLT 1

● **Para borrar una fórmula de recurrencia**

1. Utilice ▲ y ▼ para destacar en brillante la fórmula que desea borrar. Presione **F2**(DEL).
2. Presione **F1**(YES) para borrar la fórmula o **F6**(NO) para cancelar la operación sin borrar nada.

## 16-3 Editando tablas y delineando gráficos

Obtiene una selección de cuatro opciones para la edición de tablas y delineado de gráficos.

- Borrado de una tabla de recurrencia.
- Delineado de un gráfico de tipo conectado.
- Delineado de un gráfico de tipo de puntos marcados.
- Delineado de un gráfico y análisis de convergencia/divergencia (WEB).

Estas tres opciones pueden accederse desde el menú de funciones que aparece en la parte inferior de la pantalla siempre que se visualiza una tabla.



P.225

P.128

- {FORM} ... {retorna al menú de recurrencia}
- {DEL} ... {borra la tabla}
- {WEB} ... {delineado de gráfico (WEB) de convergencia/divergencia}
- {G-CON}/{G-PLT} ...delineado de gráfico de recurrencia de {tipo conectado}/  
{tipo de marcación de puntos de dibujo}

- El ítem {WEB} se dispone solamente cuando se genera una tabla usando una tabla para la recurrencia lineal entre dos términos ( $a_{n+1} =$ ,  $b_{n+1} =$ ) que se encuentra sobre la presentación.

### ● Para borrar una tabla de recurrencia

1. Visualice la tabla de recurrencias que desea borrar y luego presione **F2** (DEL).
2. Presione **F1** (YES) para borrar la tabla o **F6** (NO) para cancelar la operación sin borrar nada.

### ■ Antes de delinear un gráfico para una fórmula de recurrencia

Primero deberá especificar lo siguiente.

- Color de gráfico (azul, anaranjado, verde) ..... {BLUE}/{ORNG}/{GRN}
- Condición de delineado/no delineado para la fórmula de recurrencia ..... {SEL}
- Tipo de dato a ser marcado con puntos .....  $\Sigma$  Display



CFX



● **Para especificar el color del gráfico ({BLUE}/{ORNG}/{GRN})**

El color que se fija por omisión para un gráfico es azul. Utilice el procedimiento siguiente para cambiar el color del gráfico a anaranjado o verde.

1. Visualice el menú de recurrencia y luego use las teclas  $\blacktriangle$  y  $\blacktriangledown$  para destacar en brillante la fórmula cuyo color de gráfico desea cambiar.
2. Presione  $\boxed{F1}$  (SEL+C).
3. Presione la tecla de función que corresponda al color que desea especificar.

● **Para especificar la condición de delineado/sin delineado de una fórmula ({SEL})**

Para la condición de delineado/sin delineado de un gráfico de una fórmula de recurrencia, existen dos opciones.

- Delineado de gráfico solamente para la fórmula de recurrencia seleccionada.
- Superposición de gráficos para ambas fórmulas de recurrencia.

Para especificar la condición de delineado/sin delineado, utilice los mismos procedimientos que para la especificación de la condición de generación/no generación.

● **Para especificar el tipo de datos a ser marcados con puntos ( $\Sigma$  Display: On)**

Para la marcación de puntos se puede especificar uno de los dos tipos de datos.

- $a_n$  en el eje vertical,  $n$  en el eje horizontal.
- $\Sigma a_n$  en el eje vertical,  $n$  en el eje horizontal.

En el menú de funciones que aparece mientras una tabla se encuentra sobre la presentación, presione  $\boxed{F5}$  (G-CON) o  $\boxed{F6}$  (G-PLT) para visualizar el menú de datos de marcación de puntos (Plot Data).

- $\{a_n\}/\{\Sigma a_n\} \dots \{a_n\}/\{\Sigma a_n\}$  sobre el eje vertical,  $n$  sobre el eje horizontal

**Ejemplo 1** Delinear el gráfico de la expresión  $a_{n+1} = 2a_n + 1$  con  $a_n$  sobre el eje vertical y  $n$  sobre el eje horizontal, y con los puntos conectados:

Utilice los parámetros siguientes de la ventanilla de visualización.

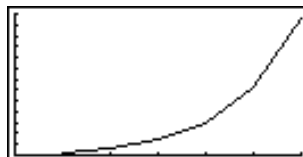
|                   |                   |
|-------------------|-------------------|
| <b>Xmin</b> = 0   | <b>Ymin</b> = 0   |
| <b>Xmax</b> = 6   | <b>Ymax</b> = 65  |
| <b>Xscale</b> = 1 | <b>Yscale</b> = 5 |

$\boxed{F6}$  (TABL)  $\boxed{F5}$  (G-CON)

(Selecciona el tipo conectado.)

$\boxed{F1}$  ( $a_n$ )

(Dibuja el gráfico con  $a_n$  sobre el eje vertical.)



P.222



**Ejemplo 2** Delinear el gráfico de la expresión  $a_{n+1} = 2a_n + 1$  con  $\Sigma a_n$  sobre el eje vertical y  $n$  sobre el eje horizontal, y con los puntos sin conectar.

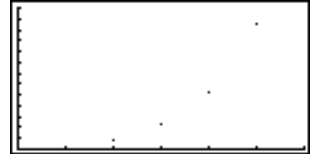
Utilice los mismos parámetros de la ventanilla de visualización que aquéllos provistos en el Ejemplo 1.

**F6** (TABL) **F6** (G-PLT)

(Selecciona el tipo de marcación de puntos.)

**F6** ( $\Sigma a_n$ )

(Dibuja el gráfico  $\Sigma a_n$  sobre el eje vertical.)



- Para ingresar una fórmula de recurrencia diferente luego de delinear un gráfico, presione **SHIFT** **QUIT**. Esto visualiza el menú de recurrencia en donde ingresa una fórmula nueva.

**■ Delineando un gráfico de convergencia/divergencia (gráfico WEB)**

Con esta función, se puede delinear un gráfico de  $a_{n+1} = f(a_n)$  en donde  $a_{n+1}$  y  $a_n$  son los términos de una recurrencia lineal entre dos términos, sustituidos respectivamente para  $y$  y  $x$  en la función  $y = f(x)$ . El gráfico resultante puede luego ser visualizado para determinar si el gráfico es convergente o divergente.

**Ejemplo 1** Determinar si la fórmula de recurrencia  $a_{n+1} = -3a_n^2 + 3a_n$  es convergente o divergente.

Utilice la gama de tabla siguiente.

|              |               |            |               |
|--------------|---------------|------------|---------------|
| <b>Start</b> | <b>= 0</b>    | <b>End</b> | <b>= 6</b>    |
| $a_0$        | <b>= 0.01</b> | $a_n$ Str  | <b>= 0.01</b> |
| $b_0$        | <b>= 0.11</b> | $b_n$ Str  | <b>= 0.11</b> |

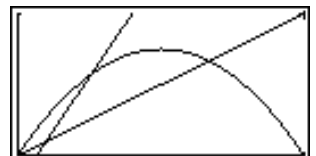
Los siguientes son los parámetros de la ventanilla de visualización que deben especificarse.

|               |            |               |            |
|---------------|------------|---------------|------------|
| <b>Xmin</b>   | <b>= 0</b> | <b>Ymin</b>   | <b>= 0</b> |
| <b>Xmax</b>   | <b>= 1</b> | <b>Ymax</b>   | <b>= 1</b> |
| <b>Xscale</b> | <b>= 1</b> | <b>Yscale</b> | <b>= 1</b> |

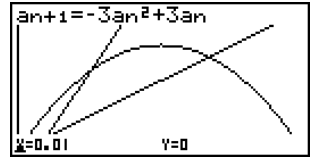
Este ejemplo supone que las dos fórmulas de recurrencia ya se encuentran almacenadas en la memoria.



1. Presione **F6** (TABL) **F4** (WEB) para delinear gráfico.

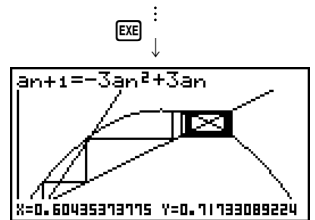
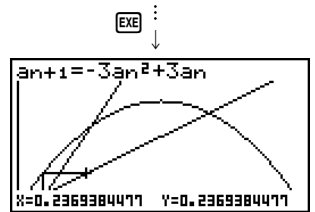


2. Presione **EXE**, y el cursor aparecerá en el punto inicial del cursor ( $a_n \text{Str} = 0,01$ ).



- El valor Y para el punto inicial del cursor es siempre 0.

3. A cada presión de **EXE** se delinear líneas de tipo continua sobre la presentación.



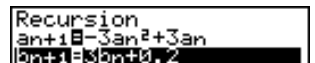
Este gráfico indica que la fórmula de recurrencia  $a_{n+1} = -3a_n^2 + 3a_n$  es convergente.

**Ejemplo 2** Determinar si la fórmula de recurrencia  $b_{n+1} = 3b_n + 0,2$  es convergente o divergente.

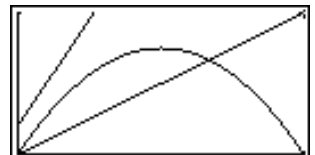
Utilice la gama de tabla siguiente.

**Start = 0**                      **End = 6**  
 **$b_0 = 0.02$**                        **$b_n \text{ Str} = 0.02$**

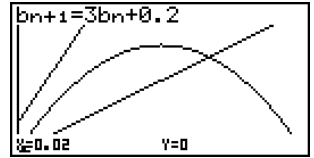
Utilice los parámetros de la ventanilla de visualización del Ejemplo 1.



1. Presione **F6** (TABL) **F4** (WEB) para delinear el gráfico.

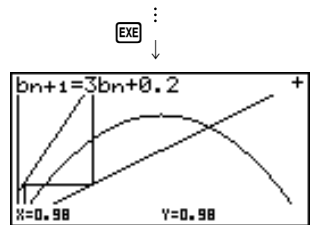
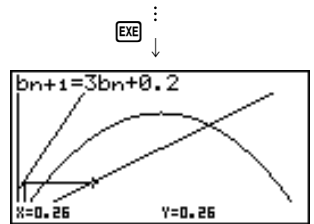


2. Presione **EXE** y luego la tecla  $\blacktriangle$  o  $\blacktriangledown$  para hacer que el cursor aparezca en el punto inicial del cursor ( $b_n \text{Str} = 0,02$ ).



- El valor Y para el punto inicial del cursor es siempre 0.

3. A cada presión de **EXE** se delinean líneas de tipo conectadas sobre la presentación.



Este gráfico indica que la fórmula de recurrencia  $b_{n+1} = 3b_n + 0,2$  es divergente.

- Ingresando  $b_n$  o  $n$  para la expresión  $a_{n+1}$ , o ingresando  $a_n$  o  $n$  en la expresión  $b_{n+1}$  para la recurrencia lineal entre dos términos ocasiona un error.



P.7



P.224

## ■ Delineando un gráfico de fórmula de recurrencia usando una pantalla doble

Seleccionando "T+G" para el ítem de pantalla doble en la pantalla de ajustes básicos, permite la visualización del gráfico y la tabla numérica de valores.

**Ejemplo** Delinear el gráfico de la expresión  $a_{n+1} = 2a_n + 1$  desde el ejemplo 1, visualizando el gráfico y su tabla.

Visualice la pantalla de ajuste básicos y especifique "T+G" para la pantalla doble. Presione **EXIT**.

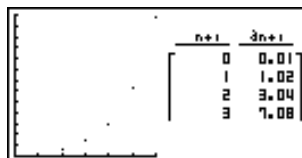
**F6** (TABL)

(Muestra la tabla.)

| $n+1$ | $3n+1$ |
|-------|--------|
| 0     | 0.01   |
| 1     | 1.02   |
| 2     | 3.04   |
| 3     | 7.08   |

**F6** (G-PLT)

(Delinea un gráfico de tipo de puntos marcados.)



- Presionando **SHIFT** **F6** ( $G \leftrightarrow T$ ) ocasiona que el gráfico en el lado izquierdo de la pantalla doble llene la presentación entera. Tenga en cuenta que no puede usar la función de bosquejo mientras se visualiza un gráfico usando **SHIFT** **F6** ( $G \leftrightarrow T$ ).